

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juillet. 2003

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF : 3

EXERCICE 1 : (4 points)

1-/ soit $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$

a-/ En utilisant la méthode d'intégration par partie, montrer que

$$I_n = (n-1)I_{n-2} - (n-1)I_n \quad (\text{On pourra remarquer que } \sin^n x = \sin x \cdot \sin^{n-1} x)$$

b-/ Calculer I_0 ; En déduire I_2 et I_4 .

2-/ Soit le polynôme $P(z) = z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$ d'inconnue complexe z

a-/ Montrer que si Z_0 est une solution de l'équation $P(z) = 0$ alors son conjugué \bar{z}_0 est aussi solution de l'équation $P(z) = 0$.

b-/ Calculer $P(-i)$ puis résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.

c-/ Ecrire chacune des solutions sous forme exponentielle.

EXERCICE 2 : (6 points)

1-/ soit la suite (U_n) définie sur \mathbb{N}^* par
$$\begin{cases} U_1 = 3 \\ U_{n+1} = U_n + n \end{cases}$$

On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_{n+1} - U_n$ **(1)**

a-/ Exprimer V_n en fonction de n et montrer (V_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le 1^{er} terme et la raison.

b-/ Calculer $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$.

c-/ Utiliser la relation **(1)** pour trouver une autre expression de S_n . En déduire U_n en fonction de n . calculer la limite de U_n .

2-/ Une urne contient 15 boules indiscernables au toucher dont 10 sont rouges, 3 bleues et 2 vertes.

Le principe d'un jeu est le suivant : le joueur paye 50F au début de chaque jeu et ensuite il tire simultanément 2 boules de l'urne ;

- Le tirage d'une boule rouge ne rapporte rien
- Chaque boule bleue tirée rapporte 50 F
- Chaque boule verte tirée rapporte 250 F ;

Un joueur joue une fois, quelle est la probabilité pour ce joueur :

a-/ de ne ni gagner, ni perdre ? (gagner 0 F).

b-/ de perdre 50F ?

c-/ de gagner 50F ?

d-/ de gagner 250F ?

NB : Le gain algébrique du joueur est la différence entre le montant obtenu à l'issue du jeu et celui payé au début du jeu.

PROBLÈME : (10 points)

Soit la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x+2)e^{-x}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1-/ Déterminer la limite de $f(x)$ en $-\infty$ puis en $+\infty$.
Interpréter graphiquement ces résultats.

2-/ a-/ Etablir que pour tout réel x $f'(x) = -(x+1)e^{-x}$, en déduire le signe de $f'(x)$ puis le tableau de variation de f .

b-/ Ecrire l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x = 0$.

c-/ Construire la courbe (C) et la tangente (T) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité 2 cm).

3-/ Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ a deux solutions distinctes sur $[-2; 4]$.

4-/ Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (ax + b)e^{-x}$.

a-/ Déterminer les réels a et b pour que g soit une primitive de f .

b-/ Calculer en unité d'aire la valeur exacte de l'aire de la partie du plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = -2$ et $x = 4$.

Donner une valeur approchée de l'aire à 10^{-2} près par défaut en cm^2 .